川崎医療福祉学会誌 Vol.3 No.2 1993 183 − 193

原著

Maximum Principles for Finite Element Solutions on a Riemann Surface, II

Hisao MIZUMOTO[1)] Heihachiro HARA[2)]

1993-11-17 00:00:00+09受理

)

Department of Medical Informatics Faculty of Medical Professions Kurashiki, 701-01, Japan[1)]

Department of Information Science Faculty of Science Matsue, 690, Japan[2)]

(Accepted 1993-11-17 00:00:00+09)

Key words:finite element approximation, Riemann surface

Abstract

¥documentclass[a4paper,10pt]{jarticle} ¥pagestyle{plain} %%%%% TEXT START %%%%% ¥begin {document} In the previous paper [3] we established the maximum principles for the finite element solutions of the partial differential equation: $¥Delta u-qu=f$ on a compact bordered Riemann surface $¥overline{¥Omega}$. In the present paper we shall improve and extend the results in the paper [3] . First we construct a triangulation K of $¥overline{¥Omega}$ with width h and introduce a class $S=S(K)$ of element functions on K. For a partition to two parts C_{l} and C_{2} of the boundary $¥partial¥Omega$, we define the finite element approximation $¥omega_{h} ¥in S$ of the boundary value problem: $¥Delta u-qu=f$ on $¥Omega$, $u=¥chi$ on C_{l} and $*du=0$ along C_{2}, where by $*du$ we denote the conjugate differential of du. We assume that all angles of 2-simplices of K are $¥le ¥pi/2$. Under the assumption weaker than one in the paper [3], we shall exhibit that the inequality ¥[|¥omega_{h}| ¥le ¥exp(¥frac{4¥pi M}{¥sin¥theta}¥cdot¥max_{¥overline{¥Omega}}q) (¥max_{C_{1}}|¥chi| + ¥frac{2}{¥sin¥theta}¥int¥int_{¥Omega}|f|dxdy) ¥] holds for sufficiently small h, where $¥theta$ is the smallest value of all angles of 2-simplices of K and M is a constant. The last inequality will be very useful to obtain error estimates of the finite element solutions. ¥end{document}

要 約

¥documentclass[a4paper,10pt]{jarticle} ¥pagestyle{plain} %%%%% TEXT START %%%%% ¥begin {document} 前の論文[3]では,縁をもつコンパクトなリーマン面 $¥overline{¥Omega}$ 上で定義された偏微分方程式: $¥Delta u-qu=f$ の有限要素解に対する最大最小値の原理を確立したが,本論文では,論文[3]の結果を改良し,拡張する.まず,$¥overline{¥Omega}$ の幅 h の三角形分割 K を作成し,K 上の要素関数のクラス $S=S(K)$ を導入する.境界 $¥partial¥Omega$ の二つの部分 C_{l},C_{2} への分割に対して,境界値問題: $¥Omega$ 上で $¥Delta u-qu=f$, C_{1} 上で

$u=¥chi$, C_{2} に沿って $*du=0$ の有限要素近似 $¥omega_{h} ¥in S$ を定義する,ここで, $*du$ は, du の共役微分を表す. K の2-単体のすべての内角は $¥le ¥pi/2$ であると仮定する.論文[3]の仮定より弱い,この仮定のもとで,十分小さい $h>O$ に対して,不等式 ¥[|¥omega_{h}| ¥le ¥exp(¥frac{4¥pi M}{¥sin¥theta}¥cdot¥max_{¥overline{¥Omega}}q) (¥max_{C_{1}}|¥chi| + ¥frac{2}{¥sin¥theta}¥int¥int_{¥Omega}|f|dxdy) ¥] が成り立つことが示される,ここで, $¥theta$ は K のすべての2-単体の内角の最小値, M は定数である.この不等式は,有限要素解の理論解に対する誤差評価をするときに,非常に有用となるものである. ¥end{document}