

(6) 基本解法による Dirichlet 問題の数値計算

川崎医療福祉大学大学院 医療情報学専攻 修士課程 衣川 龍

【要 旨】

数値シミュレーションは、これまで流体力学、構造力学、電気工学等の分野で用いられてきたが、近年では医療現場での疾病の臨床診断や治療支援を目的とする生体シミュレーションの手法として応用することが注目されている。時間を変数としない定常状態は、Laplace 方程式で記述することができる。この Laplace 方程式を満たす関数を調和関数という。Dirichlet 問題とは領域の境界上に関数を与えられたとき、その領域で調和である関数を求める問題である。

本研究では、数値シミュレーションの方法論の数理情報学的な観点に着目する。Dirichlet 問題を解く方法論として、従来から差分法、有限要素法、境界要素法などがある。これに対して近年注目された新しい方法論として基本解法がある。これは Laplace

方程式の基本解を利用して境界上に選点、領域外に特異点を配置して精度の高い数値解を得る方法である。この場合、2次元領域について数値計算の研究報告が数多くなされているが、3次元領域についてのその報告事例は少ない。

ここでは、3次元同心円環領域の Dirichlet 問題を基本解法を用いて解いた。まず正二十面体の節点に一致するように選点を配置し、我々の提案したアルゴリズムを用いて選点数を順次増加させた。この方法で選点数を、 $N=2 \times 12$ 、 $N=2 \times 42$ 、 $N=2 \times 162$ 、 $N=2 \times 642$ 、 $N=2 \times 2562$ の場合で近似解を求めてその誤差を計算した。本研究により3次元円環領域で、①選点数 N および特異点の位置の2つを変化させたときの誤差の変化、②各選点数 N についてその最適な特異点の位置およびそのときの最小誤差値、などに関する基礎的なデータが得られた。